

# 股指期货套利方案

## 一、股票价格指数期货一期货套利原理

股票价格指数期货各月合约之间应存在平价关系。理论上的股票价格现指与指数期货应存在如下关系：

$$F_{t,T_2} = F_{t,T_1} e^{r_1 f_{T_1,T_2}(T_2-T_1)}$$

其中， $F_{t,T_1}$ 、 $F_{t,T_2}$ 为到期日为 $T_1$ 、 $T_2$ 的股指期货合约在 $t$ 期的价格， $f_{T_1,T_2}$ 为自 $T_1$ 至 $T_2$ 的远期无风险利率。

如果股票价格指数期货各月合约的报价违背了上述关系，就会产生股指期货一期货之间的套利机会。

### 情形 1:

若  $F_{t,T_2} > F_{t,T_1} e^{r_1 f_{T_1,T_2}(T_2-T_1)}$ ，则股指期货远月合约相对于近月合约被高估，我们可以买入到期日为 $T_1$ 的近月合约，卖出到期日为 $T_2$ 的远月合约。

开仓完成后，若不同到期月份期货合约报价向均衡价格收敛，则我们可以提前出售到期日为 $T_1$ 的近月合约，并买入到期日为 $T_2$ 的远月合约，平掉先前的双边跨期头寸，了结交易。

开仓完成后，若不同到期月份期货合约报价没有向均衡价格收敛，我们继续持有头寸，直到到期日为 $T_1$ 的近月合约到期清算，此时到期日为 $T_1$ 的近月合约多头头寸与交易所结清差额，同时在股票现货市场上买入相应的一揽子股票，对到期日为 $T_1$ 的近月合约进行期转现。

### 情形 2:

若  $F_{t,T_2} < F_{t,T_1} e^{r_1 f_{T_1,T_2}(T_2-T_1)}$ ，则股指期货近月合约相对于远月合约被高估，我们可以卖出到期日为 $T_1$ 的近月合约，买入到期日为 $T_2$ 的远月合约。

开仓完成后，若不同到期月份期货合约报价向均衡价格收敛，则我们可以提前买回到期日为 $T_1$ 的近月合约，并卖出到期日为 $T_2$ 的远月合约，平掉先前的双边跨期头寸，了结交易。

开仓完成后，若不同到期月份期货合约报价没有向均衡价格收敛，我们继续持有头寸，直到到期日为 $T_1$ 的

近月合约到期清算，此时到期日为  $T_1$  的近月合约空头头寸与交易所结清差额，同时在股票现货市场上做空相应的一揽子股票，对到期日为  $T_1$  的近月合约进行期转现。

## 二、股票价格指数期货一期货套利操作

### 1、近月合约多头、远月合约空头跨期套利操作：

#### (1) 提前平仓策略

t 期时，到期时间为  $T_1$  的近月合约报价为  $F_{t,T_1}$ ，到期时间为  $T_2$  的远月合约报价为  $F_{t,T_2}$ 。T 期时，到期时间为  $T_1$  的近月合约报价为  $F_{T,T_1}$ ，到期时间为  $T_2$  的远月合约报价为  $F_{T,T_2}$ 。一张标准期货合约的点数乘数为 A。 $C_F$  为买卖一张期货合约的交易费用。

我们在 t 期买入一份到期时间为  $T_1$  的近月合约，相应地卖出一份到期时间为  $T_2$  的远月合约。在 T 期，卖出到期时间为  $T_1$  的近月合约，并买入到期时间为  $T_2$  的远月合约，了结交易。

表一：近月合约多头，远月合约空头提前平仓盈亏表

|     |         | 近月多头                | 远月空头                |
|-----|---------|---------------------|---------------------|
| t 期 | 头寸      | $AF_{t,T_1}$        | $-AF_{t,T_2}$       |
|     | 成本费用    | $C_F$               | $C_F$               |
|     | 全额交易现金流 | $-AF_{t,T_1} - C_F$ | $AF_{t,T_2} - C_F$  |
| T 期 | 头寸      | $AF_{T,T_1}$        | $-AF_{T,T_2}$       |
|     | 成本费用    | $C_F$               | $C_F$               |
|     | 全额交易现金流 | $AF_{T,T_1} - C_F$  | $-AF_{T,T_2} - C_F$ |

近月股指期货合约多头盈利为：

$$A(F_{T,T_1} - F_{t,T_1}) - 2C_F$$

远月股指期货合约空头盈利为：

$$A(F_{t,T_2} - F_{T,T_2}) - 2C_F$$

$$\text{总盈利为: } A(F_{t,T_2} - F_{t,T_1} + F_{T_1,T_1} - F_{T_1,T_2}) - 4C_F$$

(2) 近月合约到期平仓策略

t 期时, 到期时间为  $T_1$  的近月合约报价为  $F_{t,T_1}$ , 到期时间为  $T_2$  的远月合约报价为  $F_{t,T_2}$ 。  $T_1$  期时, 近月合约的清算价为  $F_{T_1}$ , 远月合约的报价为  $F_{T_1,T_2}$ 。 一张标准期货合约的点数乘数为 A。  $C_F$  为买卖一张期货合约的交易费用。

我们在 t 期买入一份到期时间为  $T_1$  的近月合约, 相应地卖出一份到期时间为  $T_2$  的远月合约。 在  $T_1$  期, 近月合约按  $F_{T_1}$  清算, 并买入到期时间为  $T_2$  的远月合约, 了结交易。

表二: 近月合约多头, 远月合约空头到期平仓盈亏表

|         |         | 近月多头                | 远月空头                  |
|---------|---------|---------------------|-----------------------|
| t 期     | 头寸      | $AF_{t,T_1}$        | $-AF_{t,T_2}$         |
|         | 成本费用    | $C_F$               | $C_F$                 |
|         | 全额交易现金流 | $-AF_{t,T_1} - C_F$ | $AF_{t,T_2} - C_F$    |
| $T_1$ 期 | 头寸      | $AF_{T_1}$          | $-AF_{T_1,T_2}$       |
|         | 成本费用    | 0                   | $C_F$                 |
|         | 全额交易现金流 | $AF_{T_1}$          | $-AF_{T_1,T_2} - C_F$ |

近月股指期货合约多头盈利为:

$$A(F_{T_1} - F_{t,T_1}) - C_F$$

远月股指期货合约空头盈利为:

$$A(F_{t,T_2} - F_{T_1,T_2}) - 2C_F$$

$$\text{总盈利为: } A(F_{t,T_2} - F_{t,T_1} + F_{T_1} - F_{T_1,T_2}) - 3C_F$$

(3) 近月合约到期转现货策略

t 期时, 到期时间为  $T_1$  的近月合约报价为  $F_{t,T_1}$ , 到期时间为  $T_2$  的远月合约报价为  $F_{t,T_2}$ 。  $T_1$  期时,

近月合约的清算价为  $F_{T_1}$ 。  $T_2$  期时，远月合约的清算价为  $F_{T_2}$ 。一张标准期货合约的点数乘数为 A。

$c_F$  为买卖一张期货合约的交易费用。  $c_s$  为买入/卖出一揽子股票的费率，这些费率包括印花税和一级清算费用。

我们在  $t$  期买入一份到期时间为  $T_1$  的近月合约，相应地卖出一份到期时间为  $T_2$  的远月合约。

在  $T_1$  期，近月合约按  $F_{T_1}$  清算，并以  $S_{T_1}$  买入与指数相吻合的一揽子股票，其中，

$S_{T_1} = F_{T_1}(1 + \delta_1)$ ， $\delta_1$  为  $T_1$  期时按照指数的编制方法买入一揽子股票对应的指数值与清算价  $F_{T_1}$  的偏离度。

在  $T_2$  期，我们所持有的股票市值为  $S_{T_2}^*$ ， $S_{T_2}^* = F_{T_2}(1 + \delta_2)$ ，其中， $\delta_2$  是持有一揽子股票现货到期与对应指数的偏离度， $\delta_2 > 0$ ，则说明持有的一揽子股票跑赢了指数；反之， $\delta_2 < 0$ ，说明持有的一揽子股票跑输了指数。

$S_{T_2} = F_{T_2}(1 + \delta_2)(1 + \delta_3)$ ， $\delta_3$  为  $T_2$  期时出售一揽子股票对应的指数值与清算价  $F_{T_2}$  的偏离度。到期时间为  $T_2$  的远月合约按照清算价  $F_{T_2}$  清算，并结清差额，了结交易。

表三：近月合约多头，远月合约空头期转现策略盈亏表

|                   |         | 现货            | 近月合约                | 远月合约               |
|-------------------|---------|---------------|---------------------|--------------------|
| t 期               | 头寸      | 0             | $AF_{t,T_1}$        | $-AF_{t,T_2}$      |
|                   | 成本费用    | 0             | $c_F$               | $c_F$              |
|                   | 全额交易现金流 | 0             | $-AF_{t,T_1} - c_F$ | $AF_{t,T_2} - c_F$ |
| $T_1$ 期           | 头寸      | 0             | $AF_{T_1}$          | $-AF_{T_1,T_2}$    |
|                   | 成本费用    | 0             | 0                   | 0                  |
|                   | 全额交易现金流 | 0             | $AF_{T_1}$          | 0                  |
| $T_1$ 期<br>(期转现后) | 头寸      | $AS_{T_1}$    | 0                   | $-AF_{T_1,T_2}$    |
|                   | 成本费用    | $AS_{T_1}c_s$ | 0                   | 0                  |

|         |         |                    |   |             |
|---------|---------|--------------------|---|-------------|
|         | 全额交易现金流 | $-AS_{T_1}(1+c_s)$ | 0 | 0           |
| $T_2$ 期 | 头寸      | $AS_{T_2}$         | 0 | $-AF_{T_2}$ |
|         | 成本费用    | $AS_{T_2}c_s$      | 0 | 0           |
|         | 全额交易现金流 | $AS_{T_2}(1-c_s)$  | 0 | $-AF_{T_2}$ |

近月股指期货合约多头盈利为：

$$A(F_{T_1} - F_{t,T_1}) - C_F$$

期转现后，股票现货头寸的盈利为：

$$A(S_{T_2} - S_{T_1}) - 2Ac_s(S_{T_1} + S_{T_2}) + D$$

远月股指期货合约空头盈利为：

$$A(F_{t,T_2} - F_{T_2}) - C_F$$

其中，D为从 $T_1$ 期到 $T_2$ 期，我们持有的股票现货头寸累计获得的随机红利。则该策略的总盈利为：

$$AF_{t,T_2} - F_{t,T_1} - F_{T_1}\delta_1 + F_{T_2}(\delta_2 + \delta_3 + \delta_2\delta_3) - Ac_s[F_{T_1}(1+\delta_1) + F_{T_2}(1+\delta_2)(1+\delta_3)] - 2C_F + D$$

$T_1$ 期近月合约到期，实施策略（2）或策略（3）的选择：

实施策略（3）的盈利与实施策略（2）的盈利的差额为：

$$AF_{T_1,T_2} - F_{T_1} - F_{T_1}\delta_1 + F_{T_2}(\delta_2 + \delta_3 + \delta_2\delta_3) - Ac_s[F_{T_1}(1+\delta_1) + F_{T_2}(1+\delta_2)(1+\delta_3)] + C_F + D$$

因此，在 $T_1$ 期究竟实施策略（2）还是实施策略（3）主要取决于 $T_1$ 期时近月合约的清算价 $F_{T_1}$ 与远月合约报价 $F_{T_1,T_2}$ 的差额，以及这一差额能否完全覆盖期转现所发生的交易成本。

## 2、远月合约多头、近月合约空头跨期套利操作：

（1）提前平仓策略

t 期时，到期时间为 $T_1$ 的近月合约报价为 $F_{t,T_1}$ ，到期时间为 $T_2$ 的远月合约报价为 $F_{t,T_2}$ 。T 期时，

到期时间为  $T_1$  的近月合约报价为  $F_{T,T_1}$ ，到期时间为  $T_2$  的远月合约报价为  $F_{T,T_2}$ 。一张标准期货合约的点数乘数为 A。 $C_F$  为买卖一张期货合约的交易费用。

我们在 t 期卖出一份到期时间为  $T_1$  的近月合约，相应地买入一份到期时间为  $T_2$  的远月合约。在 T 期，买入到期时间为  $T_1$  的近月合约，并卖出到期时间为  $T_2$  的远月合约，了结交易。

表四：近月合约空头，远月合约多头提前平仓盈亏表

|     |         | 近月空头                | 远月多头                |
|-----|---------|---------------------|---------------------|
| t 期 | 头寸      | $-AF_{t,T_1}$       | $AF_{t,T_2}$        |
|     | 成本费用    | $C_F$               | $C_F$               |
|     | 全额交易现金流 | $AF_{t,T_1} - C_F$  | $-AF_{t,T_2} - C_F$ |
| T 期 | 头寸      | $-AF_{T,T_1}$       | $AF_{T,T_2}$        |
|     | 成本费用    | $C_F$               | $C_F$               |
|     | 全额交易现金流 | $-AF_{T,T_1} - C_F$ | $AF_{T,T_2} - C_F$  |

近月股指期货合约空头盈利为：

$$A(F_{t,T_1} - F_{T,T_1}) - 2C_F$$

远月股指期货合约空头盈利为：

$$A(F_{T,T_2} - F_{t,T_2}) - 2C_F$$

总盈利为： $A(F_{T,T_2} - F_{T,T_1} + F_{t,T_1} - F_{t,T_2}) - 4C_F$

#### (2) 近月合约到期平仓策略

t 期时，到期时间为  $T_1$  的近月合约报价为  $F_{t,T_1}$ ，到期时间为  $T_2$  的远月合约报价为  $F_{t,T_2}$ 。 $T_1$  期时，近月合约的清算价为  $F_{T_1}$ ，远月合约的报价为  $F_{T_1,T_2}$ 。一张标准期货合约的点数乘数为 A。 $C_F$  为买卖一张期货合约的交易费用。

我们在 t 期卖出一份到期时间为  $T_1$  的近月合约，相应地买入一份到期时间为  $T_2$  的远月合约。在  $T_1$  期，

近月合约按  $F_{T_1}$  清算，并买入到期时间为  $T_2$  的远月合约，了结交易。

表五：近月合约空头，远月合约多头到期平仓盈亏表

|         |         | 近月空头               | 远月多头                 |
|---------|---------|--------------------|----------------------|
| t 期     | 头寸      | $-AF_{t,T_1}$      | $AF_{t,T_2}$         |
|         | 成本费用    | $C_F$              | $C_F$                |
|         | 全额交易现金流 | $AF_{t,T_1} - C_F$ | $-AF_{t,T_2} - C_F$  |
| $T_1$ 期 | 头寸      | $-AF_{T_1}$        | $AF_{T_1,T_2}$       |
|         | 成本费用    | 0                  | $C_F$                |
|         | 全额交易现金流 | $-AF_{T_1}$        | $AF_{T_1,T_2} - C_F$ |

近月股指期货合约空头盈利为：

$$A(F_{t,T_1} - F_{T_1}) - C_F$$

远月股指期货合约多头盈利为：

$$A(F_{T_1,T_2} - F_{t,T_2}) - 2C_F$$

总盈利为： $A(F_{t,T_1} - F_{t,T_2} + F_{T_1,T_2} - F_{T_1}) - 3C_F$

### (3) 近月合约到期转现货策略

t 期时，到期时间为  $T_1$  的近月合约报价为  $F_{t,T_1}$ ，到期时间为  $T_2$  的远月合约报价为  $F_{t,T_2}$ 。 $T_1$  期时，近月合约的清算价为  $F_{T_1}$ 。 $T_2$  期时，远月合约的清算价为  $F_{T_2}$ 。一张标准期货合约的点数乘数为 A。

$C_F$  为买卖一张期货合约的交易费用。 $C_S$  为买入/卖出一揽子股票的费率，这些费率包括印花税和一级清算费用。

我们在 t 期卖出一份到期时间为  $T_1$  的近月合约，相应地买入一份到期时间为  $T_2$  的远月合约。

在  $T_1$  期，近月合约按  $F_{T_1}$  清算，并以  $S_{T_1}$  卖空与指数相吻合的一揽子股票，其中，

$$S_{T_1} = F_{T_1}(1 + \delta_1), \delta_1 \text{ 为 } T_1 \text{ 期时按照指数的编制方法卖出一揽子股票对应的指数值与清算价}$$

$F_{T_1}$  的偏离度。

表六：近月合约空头，远月合约多头期转现策略盈亏表

|                   |         | 现货                   | 近月合约               | 远月合约                |
|-------------------|---------|----------------------|--------------------|---------------------|
| t 期               | 头寸      | 0                    | $-AF_{t,T_1}$      | $AF_{t,T_2}$        |
|                   | 成本费用    | 0                    | $C_F$              | $C_F$               |
|                   | 全额交易现金流 | 0                    | $AF_{t,T_1} - C_F$ | $-AF_{t,T_2} - C_F$ |
| $T_1$ 期           | 头寸      | 0                    | $-AF_{T_1}$        | $AF_{T_1,T_2}$      |
|                   | 成本费用    | 0                    | 0                  | 0                   |
|                   | 全额交易现金流 | 0                    | $-AF_{T_1}$        | 0                   |
| $T_1$ 期<br>(期转现后) | 头寸      | $-AS_{T_1}$          | 0                  | $AF_{T_1,T_2}$      |
|                   | 成本费用    | $AS_{T_1}c_s$        | 0                  | 0                   |
|                   | 全额交易现金流 | $AS_{T_1}(1 - c_s)$  | 0                  | 0                   |
| $T_2$ 期           | 头寸      | $-AS_{T_2}$          | 0                  | $AF_{T_2}$          |
|                   | 成本费用    | $AS_{T_2}c_s$        | 0                  | 0                   |
|                   | 全额交易现金流 | $-AS_{T_2}(1 + c_s)$ | 0                  | $AF_{T_2}$          |

在  $T_2$  期，我们所持有的股票市值空头头寸为  $S_{T_2}^*$ ， $S_{T_2}^* = F_{T_2}(1 + \delta_2)$ ，其中， $\delta_2$  是持有一揽子股票现货到期与对应指数的偏离度， $\delta_2 > 0$ ，则说明持有的一揽子股票跑赢了指数；反之， $\delta_2 < 0$ ，说明持有的一揽子股票跑输了指数。 $S_{T_2} = F_{T_2}(1 + \delta_2)(1 + \delta_3)$ ， $\delta_3$  为  $T_2$  期时买入一揽子股票对应的指数值与清算价  $F_{T_2}$  的偏离度。到期时间为  $T_2$  的远月合约按照清算价  $F_{T_2}$  清算，并结清差额，了结交易。

近月股指期货合约空头盈利为：

$$A(F_{t,T_1} - F_{T_1}) - C_F$$

期转现后，股票现货空头头寸的盈利为：

$$A(S_{T_1} - S_{T_2}) - 2Ac_s(S_{T_1} + S_{T_2}) - D$$

远月股指期货合约多头盈利为：

$$A(F_{T_2} - F_{t,T_2}) - c_F$$

其中，D 为从  $T_1$  期到  $T_2$  期，我们持有的股票现货头寸累计获得的随机红利。则该策略的总盈利为：

$$AF_{t,T_1} - F_{t,T_2} + F_{T_1}\delta_1 - F_{T_2}(\delta_2 + \delta_3 + \delta_2\delta_3) - Ac_s[F_{T_1}(1+\delta_1) + F_{T_2}(1+\delta_2)(1+\delta_3)] - 2c_F - D$$

$T_1$  期近月合约到期，实施策略 (2) 或策略 (3) 的选择：

实施策略 (3) 的盈利与实施策略 (2) 的盈利的差额为：

$$AF_{T_1} - F_{T_1,T_2} + F_{T_1}\delta_1 - F_{T_2}(\delta_2 + \delta_3 + \delta_2\delta_3) - Ac_s[F_{T_1}(1+\delta_1) + F_{T_2}(1+\delta_2)(1+\delta_3)] + c_F - D$$

因此，在  $T_1$  期究竟实施策略 (2) 还是实施策略 (3) 主要取决于  $T_1$  期时近月合约的清算价  $F_{T_1}$  与远

月合约报价  $F_{T_1,T_2}$  的差额，以及这一差额能否完全覆盖期转现所发生的交易成本。